

Téma: Mechanikai rezgések. Harmonikus rezgések.

Cél: a tanulók rezgőmozgással kapcsolatos ismereteinek bővítése; a rezgőmozgásnak, mint a természetben és technikában előforduló leggyakoribb mozgásnak a bemutatása, a világgép alakítás; a logikus gondolkodás és a problémamegoldó képesség fejlesztése feladatok megoldása során.

Az óra típusa: új anyag előadása.

Az óra menete.

I. Szervezési kérdések megoldása, a házi feladat ellenőrzése.

II. Aktualizáció – kérdések.

1. Milyen mozgásokat ismeretek a fizikában?
2. Milyen mozgást nevezünk egyenesvonalú, egyenletes mozgásnak?
3. Milyen mozgást nevezünk egyenesvonalú, egyenletesen gyorsuló mozgásnak?
4. Milyen mozgást nevezünk körmozgásnak?
5. Az előző osztályokban tanultak alapján próbáljuk meg felidézni, milyen mozgást nevezünk rezgőmozgásnak.

III. Demonstráció – a rugós-, és a matematikai inga rezgései.

IV. Új anyag.

1. Mit nevezünk rezgésnek?

A rezgés a legelterjedtebb mozgásforma a természetben és a technikában. Rezgéseket végez az óra mutatója, amikor körbejár, a gépkocsi dugattyúja, a bolygó a Nap körül mozgása során, a gitár húrja.

Rezgésnek nevezzük azokat a fizikai folyamatokat, amelyek azonos időközönként pontosan vagy majdnem pontosan megismétlődnek.

Természetük szerint a rezgések lehetnek a mechanikaiak és elektromágnesesek.

Mechanikai rezgések – olyan mozgások, melyek során periodikusan ismétlődnek a test koordinátáinak, sebességének és gyorsulásainak értékei.

2. A rezgések legfontosabb jellemzői.

Amplitúdó – a test legnagyobb elmozdulása az egyensúlyi helyzetéhez képest – A ; x_m ;

Periódus – az az idő, amely alatt egy rezgés végbemegy – T ; t ;

$$T = \frac{t}{N},$$

ahol t – a teljes rezgésidő; N – a rezgés idő alatt végzett rezgések száma

Frekvencia – az egy másodperc alatt végzett rezgések száma – ν ; f ;

$$\nu = \frac{1}{T};$$

ahol T – periódus; $t = 1\text{ s}$ – egységnyi idő

3. Szabad rezgések

Megkülönböztetünk szabad- és kényszer rezgéseket.

Kényszerrezgések – olyan rezgések, amelyek valamilyen periodikusan ható, külső erő hatására mennek végbe. Például az óra mutatójának mozgása, a dugattyúk mozgása.

Szabad rezgések – olyan rezgések amelyek a rezgő rendszer belső erőinek hatására folytatódnak valamilyen rövid ideig tartó külső hatás megszűnte után.

Megvizsgáljuk a rugón rezgő test mozgását. Ha a rugót egy kicsi tmegnyújtjuk, rugalmassági erő ébred benne. Ez a rugalmassági erő – általános esetben visszatérítő erőnek nevezik – igyekszik visszavinni a testet eredeti helyzetébe a deformáló erő megszűnte után. Tehetetlenségének köszönhetően azonban a test nem áll meg az egyensúlyi helyzetébe érve, hanem túllendül rajta és összenyomja a rugót, ily módon újra rugalmassági erőt ébresztve benne. Ez az újabb rugalmassági erő a test lendületét lefékezi, egy pillanatra megállítja a testet, majd gyorsuló mozgással elkezd visszavinni az egyensúlyi helyzetbe. Tehetetlenségének köszönhetően a test újra túlmege az egyensúlyi helyzeté, és így tovább – rezgő mozgás jön létre. Ez a rezgő mozgás a végtelenségig tartana, ha nem lenne közegellenállás, vagy nem melegedne a rugó mozgás közben.

4. Harminikus rezgések.

A rugós inga mozgása.

Ha a rugó megnyúlása x – akkor Newton második törvénye szerint a nyújtóerővel azonos modulusú, de ellentéte irányú rugalmassági erő ébred benne:

$$ma = -kx; \text{ ahonnan } a = -\frac{k}{m}x$$

Jelöljük $\omega^2 = \frac{k}{m}$; kapjuk, hogy $a = -\omega^2 x$

Az adott egyenletben a gyorsulás

a – a koordináta –

x második deriváltja. az ilyen egyenleteket differenciális egyenleteknek nevezzük.

A differenciálegyenletek egyenletek megoldása sin, vagy cos

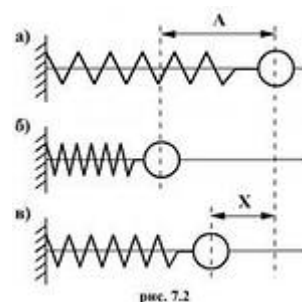
Például:

$$x = x_m \cos \omega t$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ – a rugós inga körfrekvenciája}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ – a rugós inga frekvenciája}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ – a rugós inga periódusa}$$



5. Harmonikus rezgések.

Harmonikus rezgésekenek nevezzük az olyan rezgéseket, melyek során a rezgő test koordinátái sin, vagy cos törvény szerint változnak.

Ha valamely t_1 időpontban a rezgő test koordinátája

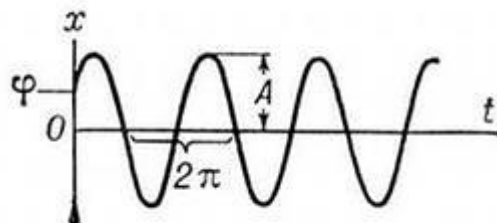
$x_1 = x_m \cos \omega t_1$, akkor egy periódusnyi idő elteltével a

koordinátának ugyanolyannak kell lennie: $t_2 = t_1 + T$ időpontban tehát $x_2 = x_m \cos(\omega t_1 + \omega T) = x_1 = x_m \cos \omega t_1$

mivel a cos függvény periódusa 2π , ezért $\omega T = 2\pi$, vagyis

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

– ezt a fizikai mennyiséget ciklikus, vagy körfrekvenciának nevezik.



Mivel $T = \frac{1}{\nu}$,

$$\omega = 2\pi\nu$$

6. A matematikai inga rezgései.

Matematikai ingának nevzzük azt az ideális, súrlódásmentes rezgő rendszert, amely egy súlytalan, nem nyúló fonálból és a fonálra függesztett anyagi pontból áll.

$$ma = mgsin\alpha; ; \sin\alpha \approx \frac{x}{l};$$

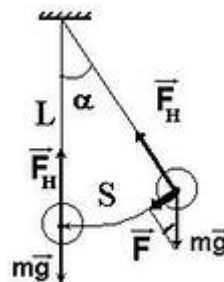
$$ma = mg \frac{x}{l};$$

$$a = \frac{g}{l}x, \quad \text{legyen } \omega^2 = \frac{g}{l}, \text{ akkor } a = \omega^2 x$$

diferenciális egyenlet, ahol a egyenlő az x második deriváltjával

$$\text{Megoldás: } x = x_m \cos \omega t,$$

vagyis a matematikai inga rezgései harmonikus rezgések



$$\omega = 2\pi\nu - \text{körfrekvencia}$$

A matematikai ingára nézve:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} - \text{körfrekvencia}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} - \text{a matematikai inga frekvenciája}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} - \text{a matematikai inga periódusa}$$

V. A tudásanyag rögzítése.

Feladatok megoldása.

1. A rugós inga 16 rezgést végzett valamilyen t idő alatt. Amikor a nehezék tömegét 200g-mal megnövelték, az inga 15 rezgést végzett ugyanazon t idő alatt. Mivel egyenlő a nehezék tömege kezdetben?

$$\text{Adva: } N_1 = 16; \quad N_2 = 15; \quad t_1 = t_2; \quad m = ?$$

$$\text{Megoldás: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}; \quad m = \frac{T^2 k}{4\pi^2}; \quad m_1 = \frac{T_1^2 k}{4\pi^2}; \quad T_1 = \frac{t}{N_1}; \quad T_2 = \frac{t}{N_2}$$

$$m_1 = \frac{t^2 k}{4\pi^2 N_1^2}; \quad m_1 + \Delta m = \frac{t^2 k}{4\pi^2 N_2^2}; \quad k = \frac{4\pi^2 N_1^2 m_1}{t^2}$$

$$m_1 + \Delta m = \frac{t^2 \frac{4\pi^2 N_1^2 m_1}{t^2}}{4\pi^2 N_2^2} = \frac{N_1^2 m_1}{N_2^2}; \quad m_1 - \frac{N_1^2 m_1}{N_2^2} = -\Delta m; \quad m_1 \left(1 - \frac{N_1^2}{N_2^2}\right) = -\Delta m;$$

$$m_1 = \frac{-\Delta m}{1 - \frac{N_1^2}{N_2^2}} = \frac{-\Delta m N_2^2}{N_2^2 - N_1^2} = \frac{-0,2 * 225}{15^2 - 16^2} = \frac{45}{32} \approx 1,45(kg)$$

Felelet: 1,45kg

2. A lift 1m/s^2 gyorsulással mozog. Határozzuk meg a benne lévő matematikai inga periódusát, ha zsinórjának hossza 1m. Vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a lift lefelé mozog és amikor felfelé mozog.

Adva: $l = 1\text{m}; a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; T_1 = ?; T_2 = ?$

Megoldás: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}; T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{(g+a)}} = 2 * 3,14\sqrt{\frac{1}{(10+1)}} = 6,28\sqrt{\frac{1}{11}} \approx 1,9(\text{s})$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{(g-a)}} = 6,28\sqrt{\frac{1}{(10-1)}} = 6,28\sqrt{\frac{1}{9}} \approx 2,1(\text{s})$$

Felelet: felfelé 1,9s; lefelé 2,1 s.

3. A tanuló két rugós ingát készített. A rugók egyformák voltak, a nehezékek méretei megegyeztek. Az alumínium nehezékkel az inga 45 rezgést végzett egy bizonyos idő alatt, míg a másikkal – 22-t. Milyen anyagból készült a másik nehezék?

Adva: $k_1 = k_2; N_1 = 45; N_2 = 22; \rho_1 = 2,7 * 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; \rho_2 = ?$

Megoldás: $\rho_2 = \frac{m_2}{V}; m_2 = \frac{t^2 k}{4\pi^2 N_2^2}; m_1 = \frac{t^2 k}{4\pi^2 N_1^2}; m_1 = \rho_1 V; k = \frac{4\pi^2 N_1 m_1}{t^2}$

$$m_2 = \frac{t^2 \frac{4\pi^2 N_1^2 m_1}{t^2}}{4\pi^2 N_2^2} = \frac{N_1^2 m_1}{N_2^2} = \frac{N_1^2 \rho_1 V}{N_2^2};$$

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V} = \frac{N_1 \rho_1 V}{V N_2} = \frac{45^2 * 2,7 * 10^3}{22^2} \approx 11,3 * 10^3 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right); (\text{ólom})$$

Felelet: a másik nehezék ólomból készült.

VI. Házi feladat. Jegyzet.

1. Egy 0,143kg tömegű súly rezgéseket végeztet k=9,32N/m merevségű rugón. Számítsuk ki a rezgések periódusát és frekvenciáját.
2. Határozzuk meg annak a súlynak a tömegét, amely 250N/m merevségű rugón 16s alatt 20 rezgést végez.